

# 演習問題

(1)  $z_0, z_1, z_2, \dots$  を独立に  $N(0,1)$  に従う確率変数と仮定する。

$$X_t = t z_0 + \sqrt{t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi t)}{n\pi} z_n \quad (t \in [0,1])$$

で定めらるる確率過程を考慮する。

(i)  $R(t,s) = E[X_t X_s]$  を計算せよ。

(ii)  $X_t$  の周辺分布を求めよ。

(iii)  $(X_{t_1}, \dots, X_{t_n})$  の特性関数を求めよ。

(iv)  $(X_t)$  が Brown 運動と等しいことを確かめよ。 (連続性は示さなくてよい)

(2) 以下の生成モデルを考慮する:

$$Z \sim p_0(\lambda)$$

$Y_i \sim U([0,1])$  を独立同一に  $Z$  個生成

このとき、 $A \in \mathcal{B}([0,1])$  に対し、

$$Z(A) = \left| \{i \mid Y_i \in A\} \right| \quad (Y_i \in A \text{ なる } i \in \{1, \dots, Z\} \text{ の個数})$$

の分布を求めよ。

(3) 各日の天気は次の遷移確率を持つマルコフ連鎖に従うと仮定する。

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{雨} & \text{曇} & \text{晴} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{雨} \\ \text{曇} \\ \text{晴} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.7 & 0.2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

今日曜日は曇りであることが確見測りしとき、

本日翌日が雨になる確率を求めよ。